逐次的な権限委譲を通した
クールノー競争のベルトラン競争への収束

吉　田　由　寛

概要

本論文では，クールノー複占競争に先立って，各企業内で上司から部下へ，部下からその部下へ……と権限委譲が逐次的に生じている状況を「権限委譲クールノー競争」として定義し，分析を行う。上司は部下への権限委譲の際に，限界費用の大きさに関して必ずしも真とは限らない情報を伝達することで，部下のインセンティブを操作できるものと仮定される。

企業間の真の限界費用が等しい場合，権限委譲クールノー競争での生産量と価格は，権限委譲の深度を大きくするとベルトラン競争での生産量と価格に収束することが示される。また，企業間の真の限界費用が異なる場合は，権限委譲クールノー競争での生産量と価格は，十分大きな権限委譲の深度の下でベルトラン競争での生産量と価格に完全に一致することが示される。

1.　イントロダクション

経済学において最も基礎的な寡占モデルと言えば，誰もが Cournot (1838) による生産量競争，あるいは Bertrand (1883) による価格競争を挙げるだろう。ところが，この 2 つの寡占モデルは，同じような需要と費用の環境下であっても，均衡において全く違った生産量と価格をもたらす。現行の経済学において，これら 2 つのモデルの溝を埋める説明としては，「企業は短期的には生産能力（capacity）の制約の下でベルトラン競争を起こなっているが，長期的な生産能力自体の決定はクールノー競争として捉えることができる」という生産能力制約説が代表的であろう（Kreps and Scheinkman (1983)，Osborne and Pitchik (1986)，Deneckere and Kovenock (1996)）。本論文は，生産能力制約説とは全く違う「逐次的な権限委譲」という視点により，クールノー競争とベルトラン競争を結びつける。

企業内での権限委譲が寡占市場へどのような影響を及ぼすかに関しては，Fershtman and Judd (1987) および Sklivas (1987) が先駆的な研究を行っている。彼らは，複占市場でのクールノー競争あるいはベルトラン競争に先立ち，各企業内での所有者から経営者への権限委譲において，前者が後者のインセンティブを操作できるような状況を考察した。そこで示された結論は，クールノー複占では権限委譲がより強気の競争を引き起こし均衡生産量の増加（および価格の下降）をもたらすこと，また（製品差別化がある）ベルトラン複占では権限

委譲がより弱気の競争を引き起こし均衡価格の上昇（および生産量の減少）をもたらすことであった。

本論文では，クールノー競争に先立ち，各企業の内部において上司から部下へ，部下からまたその部下へ……という具合に，権限委譲が逐次的に行われる[*1]。実際にクールノー競争を行うのは，最下位の地位にある部下である。権限委譲に際しては，企業の費用に関する情報操作を通して，上司は部下のインセンティブを操作することが許される。真の限界費用よりも小さめの限界費用の情報を部下に与えることは，強気の生産量へのコミットメントを生み出すことになるので有利な行動となる。したがって，最下位プレイヤーへ伝達される費用の情報は，真の費用と比べて小さいものになり，歪められた費用情報の下でのクールノー競争は，真の費用構造の下でのクールノー競争よりも激しいものになる。ここで，権限委譲の連鎖を深めていくと，歪められたクールノー競争の結果は，ベルトラン競争での結果に収束することが示される。

以下，第 2 節でモデルが説明され，均衡分析が第 3 節で行われる。第 4 節では，本論文の主要結果である，権限委譲を通したクールノー競争のベルトラン競争への収束に関して，定理および数値例が与えられる。

2.　権限委譲クールノー競争の定義

2.1　DC(N, c) の定義

本論文では，同質財の複占市場におけるクールノー競争に先立ち，各企業内で逐次的な権限委譲がなされる状況を考える。以下，この状況を展開形ゲームとしてモデル化した「権限委譲クールノー競争」を定義する。

それぞれ一定の限界費用で同質財を生産する企業 1 と企業 2 がある。各企業には序列化された $N+1$ 人のプレイヤーがいる。合計 $2(N+1)$ 人の各プレイヤーは $\langle n, i\rangle$ というラベルで識別される。ここで $i \in \{1,2\}$ は企業名，$n \in \{0,1,\ldots,N\}$ は企業内での地位を表す（大きい n ほど高位である）。各企業 i において，最下位プレイヤーである $\langle 0, i\rangle$ は生産量を直接的に決定するプレイヤーであり，以下，クールノープレイヤーと呼ぶ。また，クールノープレイヤーと区別する意味で，$n \in \{1,\ldots,N\}$ でのプレイヤー $\langle n, i\rangle$ を伝達プレイヤーと呼ぶ。特に，最高位の上司である伝達プレイヤー $\langle N, i\rangle$ は，企業 i の真の限界費用 c_i を認識し，その下での利潤を最大化しようとするプリンシパルと言える存在である。

[*1] 松井 (2002, 第 6 章) は，企業の目的に関する議論の中で，クールノー複占企業内での 2 重の権限委譲の可能性を示唆している。

ゲームは，全 $N+1$ 期間に亘り，第 N 期から第 0 期へと降順に進む。第 N 期から第 1 期には各期ごとに権限委譲が行われ，第 0 期にはクールノー競争が行われる。

第 n 期の権限委譲（$n = N, \dots, 1$）では，両企業の伝達プレイヤー $\langle n, 1\rangle$ と $\langle n, 2\rangle$ が，同時あるいは独立に，それぞれの部下 $\langle n-1, 1\rangle$ と $\langle n-1, 2\rangle$ へ権限委譲を行う。各企業 i の上司 $\langle n, i\rangle$ から部下 $\langle n-1, i\rangle$ への権限委譲は，「限界費用 γ_{ni} の下で利潤最大化せよ」と命令する形で行われる。上司が部下へ指定する限界費用 γ_{ni} は（少なくとも上司が認識する上での）真の限界費用であるとは限らず，限界費用の候補の集合 $C \subseteq \mathbb{R}$ の中から選択されるものとする[*2]。両企業の伝達プレイヤー $\langle n, 1\rangle$ と $\langle n, 2\rangle$ がそれぞれの部下へ指定する限界費用の組み合わせを $\gamma_n = (\gamma_{n1}, \gamma_{n2})$ で表そう。

企業 i の限界費用の企業内における伝達は，最高位の上司 $\langle N, i\rangle$ からクールノープレイヤー $\langle 0, i\rangle$ までの権限委譲の連鎖に伴って，次のように表されることになる。

$$\langle N, i\rangle \xrightarrow{\gamma_{Ni}} \langle N-1, i\rangle \xrightarrow{\gamma_{N-1,i}} \cdots \xrightarrow{\gamma_{n+2,i}} \langle n+1, i\rangle \xrightarrow{\gamma_{n+1,i}} \langle n, i\rangle \xrightarrow{\gamma_{ni}} \cdots \xrightarrow{\gamma_{2i}} \langle 1, i\rangle \xrightarrow{\gamma_{1i}} \langle 0, i\rangle$$

深度 N の権限委譲の連鎖の後，ゲームの最終期（第 0 期）には，両企業のクールノープレイヤーである $\langle 0, 1\rangle$ と $\langle 0, 2\rangle$ が，逆需要関数 $P(\cdot)$ で表される市場においてクールノー競争を行う。クールノープレイヤー $\langle 0, i\rangle$ が選択する生産量を $q_i \in \mathbb{R}_+$ とし，その組み合わせを $q = (q_1, q_2)$ で表そう。

ゲームにおけるプレイの経路（path）は，$2(N+1)$ 人のプレイヤーの逐次的な選択の結果として $(\gamma_N, \dots, \gamma_1, q) \in (C^2)^N \times \mathbb{R}_+^2$ で表される。この時，$n \in \{0, 1, \dots, N\}$，$i \in \{1, 2\}$ について，プレイヤー $\langle n, i\rangle$ の利得 π_{ni} は

$$\pi_{ni}(\gamma_N, \dots, \gamma_1, q) = \left[P(q_1 + q_2) - \gamma_{n+1,i}\right] q_i \tag{1}$$

と定義される（ここで表記の便宜上，$\gamma_{N+1,i} = c_i$ とする）[*3]。つまり，プレイヤー $\langle n, i\rangle$ は，自分が認識する限界費用 $\gamma_{n+1,i}$ の下での企業 i の利潤を最大化するよう動機づけられているのである[*4][*5]。

[*2] 本論文では，実数の集合を $\mathbb{R}$，非負の実数の集合を $\mathbb{R}_+$，非負の整数の集合を $\mathbb{N}_0$，自然数（正の整数）の集合を $\mathbb{N}$ で表す。

[*3] プレイヤー $\langle n, i\rangle$ の利得 $\pi_{ni}(\gamma_N, \dots, \gamma_1, q)$ は，実際には，直接の上司に指定された限界費用 $\gamma_{n+1,i}$ と両企業のクールノープレイヤーが選択する生産量プロファイル (q_1, q_2) にのみ依存する。

[*4] 例えば，部下プレイヤー $\langle n, i\rangle$ への報酬を，利潤に比例する部分 $a_{ni}\pi_{ni}$（ただし $a_{ni} > 0$）と固定部分 b_{ni}（負であることが可能）の合計とすれば良い。この時，Fershtman and Judd (1987) が指摘するように，定数 a_{ni} と b_{ni} を適当に調整することで報酬の最大値が部下 $\langle n, i\rangle$ にとっての被用の機会費用と等しくなるようにできる。

[*5] 本論文が想定しているような，同一企業内での上司から部下への限界費用の伝達は，同一系列内での川上企業から川下企業への流通の枠組みの中で解釈することも可能である。この解釈の下で

最後に，情報の構造について述べる。以降では論文での記述を簡単にするため，プレイヤー $\langle n,i\rangle$ にとって，過去（第 N 期から第 $n+1$ 期まで）の全ての伝達プレイヤー（計 $2(N-n)$ 人）の選択が観察可能だと仮定する。ただし，このような非常に強い仮定を置いたとしても，次節以降で考察されるプレイヤー $\langle n,i\rangle$ の戦略においては，直前期（第 $n+1$ 期）での伝達プレイヤーの行動 $\gamma_{n+1}=(\gamma_{n+1,1},\gamma_{n+1,2})$ のみに自分の行動 $\gamma_{n,i}$ を依存させる。(1) から判るようにプレイヤー $\langle n,i\rangle$ の利得は $(\gamma_N,\ldots,\gamma_{n+2})$ に依存しないので，これはある意味で自然なことと言えよう。よって，直前期よりも前の期（第 N 期から第 $n+2$ 期まで）の伝達プレイヤーの行動 $(\gamma_N,\ldots,\gamma_{n+2})$ については，プレイヤー $\langle n,i\rangle$ にとって観察不可能だと仮定しても，本論文での主要結果は維持される*6。

権限委譲の深度 $N\in\mathbb{N}_0$ と両企業の限界費用プロファイル $c=(c_1,c_2)$ をパラメータとして，上述のように定義された権限委譲クールノー競争を $\mathrm{DC}(N,c)$ と表記する*7。

2.2　DC(N,c) の戦略形表現での利得関数

後ほどの分析のために，$\mathrm{DC}(N,c)$ の戦略形表現での利得関数を求めておくと便利である。ただし，前項の最後で述べたことと関連するが，プレイヤー $\langle n,i\rangle$ の戦略としては，自分の行動を直前期（第 $n+1$ 期）での伝達プレイヤーの行動 γ_{n+1} だけに依存させるものを考えることとする。まず，$n\in\{1,\ldots,N\}$ に対して，伝達プレイヤー $\langle n,i\rangle$ の戦略は，C^2 から C への関数 $S_{ni}:\gamma_{n+1}\mapsto\gamma_{ni}$ である*8。また，クールノープレイヤー $\langle 0,i\rangle$ の戦略は C^2 から $\mathbb{R}_+$ への関数 $S_{0i}:\gamma_1\mapsto q_i$ である。ここで，各 $n\in\{0,1,\ldots,N\}$ に対して，$S_n=(S_{n1},S_{n2})$ とおく。

戦略プロファイル $S=(S_N,\ldots S_1,S_0)$ が決まると，各プレイヤーの選択は

$$\gamma_n=(\gamma_{n1},\gamma_{n2})=S_n\circ\cdots\circ S_N(c), \tag{2}$$

$$q=(q_1,q_2)=S_0\circ S_1\circ\cdots\circ S_N(c) \tag{3}$$

のように逐次的に決まり，プレイの経路が確定する。

は，$\gamma_{n+1,i}$ は川上企業 $\langle n+1,i\rangle$ が川下企業 $\langle n,i\rangle$ に対して指定する卸売価格（あるいはロイヤリティー）を意味する。Saggi and Vettas (2002) は，川上企業が川下企業のインセンティブをコントロールする際のロイヤリティーの役割について分析している。

*6 本論文では，均衡概念としてサブゲーム完全均衡を用いている。直前期よりも前の伝達プレイヤーの行動については観察不可能だとする場合は，元々のゲームが唯一のサブゲームとなるので，均衡概念として完全ベイズ均衡などを用いる必要性が発生する。本論文では，このような煩雑さを避けるため，直前期よりも前の伝達プレイヤーの行動についても観察可能であると仮定している。

*7 $\mathrm{DC}(0,c)$ は，通常のクールノー競争を意味する。

*8 プリンシパル $\langle N,i\rangle$ は唯一つの情報集合しか持たないので，本来は，戦略としてこのような関数 S_{Ni} を考える必要はない。ここでは便宜上，$\langle N,i\rangle$ の戦略 S_{Ni} の定義域は真の限界費用プロファイル $c=\gamma_{N+1}$ が取り得る範囲であると考えている。

したがって，DC(N,c) の戦略形表現における利得関数 Π_{ni} は，$n \in \{0,1,\ldots,N\}$，$i \in \{1,2\}$ について，

$$\Pi_{ni}(S_N,\ldots,S_1,S_0) = \left[P(q_1+q_2) - \gamma_{n+1,i}\right] q_i$$

となる。ただし，$\gamma_{n+1,i}$ と (q_1,q_2) は (2) と (3) で与えられるものである。

2.3　仮定

同質財市場の逆需要関数 $P(\cdot)$，部下へ指定する限界費用の候補集合 C，両企業の真の限界費用プロファイル $c=(c_1,c_2)$ に関して，次のような一連の仮定をおく。

仮定 1 逆需要関数 P は $\mathbb{R}_+$ から $\mathbb{R}$ の関数であり，$P(Q)=1-Q$ である[*9]。

仮定 2 部下へ指定する限界費用の候補集合 C は，$C=(-\infty,1)$ である。

仮定 3 両企業の真の限界費用プロファイル c は，$c \in C^2$ を満たす。

仮定 1 と仮定 2 は，負の価格や負の限界費用を許容している。これは，一見不自然に感じられるかも知れない。実際，仮定 1 と仮定 2 を置く背景には，境界問題を考慮せずに分析を容易にするための技術的理由もある。とは言え，これらの仮定は，次のように現実的な側面から正当化することができる。まず仮定 1 における負の価格は，過剰生産物の自由処分が不可（non-free disposal）であるような状況において，企業が負担する処分費用だと解釈できる。また，仮定 2 において，限界費用 γ_{ni} が負になることが許容されているが，これは上司 $\langle n,i\rangle$ が部下 $\langle n-1,i\rangle$ に対して設定した，販売や生産の促進のための報奨制度だと解釈すれば，むしろ自然な仮定である。

最後に，仮定 3 についての留意点を述べておく。まず，両企業とも真の限界費用が 1 未満であるということは，仮定 1 の下で，両企業の市場での（潜在的な）存続可能性を保証するものである。ここで，両企業の真の限界費用プロファイル c の許容範囲を $[0,1)^2$ ではなく $C^2=(-\infty,1)^2$ としているのは，ゲーム DC(N,c) とそのサブゲームの同型性を保証するという技術的な理由のためであり，真の限界費用が負である状況を考えたいという意図ではない。この仮定により，DC(N,c) の任意のサブゲームを，ある $n \in \{0,\ldots,N\}$ とある $\gamma_{n+1} \in C^2$ の下で DC(n,γ_{n+1}) と表現できる。

[*9] 任意の線形の逆需要関数 $P(Q)$ は，必要ならば新しい数量単位と貨幣単位を導入することで，一般性を失わずに $P(Q)=1-Q$ と表現することができる。

3.　権限委譲クールノー競争における均衡

3.1　準備

ゲーム $\mathrm{DC}(N,c)$ においては，どのプレイヤー $\langle n,i\rangle$ の戦略 S_{ni} も，n や i に依存せずに，共通の定義域 C^2 を持つ。この定義域 C^2 を，各 n に応じて，以下で定義される 3 つの部分集合 M_{n1}，M_{n2}，A_n に分割（partition）しよう。

$$\begin{aligned} M_{n1} &= \left\{(x_1,x_2)\in C^2 \mid (n+1)x_1+1 \leq (n+2)x_2\right\}, \\ M_{n2} &= \left\{(x_1,x_2)\in C^2 \mid (n+1)x_2+1 \leq (n+2)x_1\right\}, \\ A_n &= C^2 \setminus (M_{n1}\cup M_{n2}). \end{aligned}$$

この時，n の増加（および必要に応じて N の増加）に応じて

$$\begin{array}{ccccccccccc} M_{01} & \subset & M_{11} & \subset & \cdots & \subset & M_{n1} & \subset & \cdots & \to & \left\{(x_1,x_2)\in C^2 \mid x_1 < x_2\right\}, \\ A_0 & \supset & A_1 & \supset & \cdots & \supset & A_n & \supset & \cdots & \to & \left\{(x_1,x_2)\in C^2 \mid x_1 = x_2\right\}, \\ M_{02} & \subset & M_{12} & \subset & \cdots & \subset & M_{n2} & \subset & \cdots & \to & \left\{(x_1,x_2)\in C^2 \mid x_1 > x_2\right\} \end{array}$$

というように，M_{ni} は増加列を，A_n は減少列を，それぞれ形成しながら極限集合に収束していく。そして，これら 3 つの極限集合は，両企業の限界費用の単純な大小比較に応じて C^2 を分割していることがわかる。

また，便宜上，$n\in\{1,\ldots,N\}$ に対して $D_{ni}=M_{ni}\setminus M_{n-1,i}$ と定義する。

3.2　サブゲーム完全均衡

前項の準備の下で，戦略プロファイル $S^*=(S_N^*,\ldots,S_1^*,S_0^*)$ を以下のように定義する。(後ほど，定理 2 では，この戦略プロファイル S^* がサブゲーム完全均衡であることが述べられる。) まず，各 $n\in\{1,\ldots,N\}$ に対して部分集合の類

$$\left\{M_{n-1,1},D_{n1},A_n,D_{n2},M_{n-1,2}\right\}$$

が C^2 の分割を与えることに注意し，第 n 期の権限委譲における伝達プレイヤー $\langle n,1\rangle$ と $\langle n,2\rangle$ の戦略プロファイル $S_n^* = (S_{n1}^*, S_{n2}^*)$ を

$$S_n^*(\gamma_{n+1}) = \begin{cases} (\gamma_{n+1,1}, \gamma_{n+1,2}) & \text{if } \gamma_{n+1} \in M_{n-1,1}, \\ \left(\dfrac{(n+1)\gamma_{n+1,2}-1}{n}, \gamma_{n+1,2}\right) & \text{if } \gamma_{n+1} \in D_{n1}, \\ \Bigg(\dfrac{2(n+1)^2\gamma_{n+1,1}-(n+1)\gamma_{n+1,2}-1}{n(2n+3)}, & \\ \qquad\qquad \dfrac{2(n+1)^2\gamma_{n+1,2}-(n+1)\gamma_{n+1,1}-1}{n(2n+3)}\Bigg) & \text{if } \gamma_{n+1} \in A_n, \\ \left(\gamma_{n+1,1}, \dfrac{(n+1)\gamma_{n+1,1}-1}{n}\right) & \text{if } \gamma_{n+1} \in D_{n2}, \\ (\gamma_{n+1,1}, \gamma_{n+1,2}) & \text{if } \gamma_{n+1} \in M_{n-1,2} \end{cases} \tag{4}$$

とする。また，クールノープレイヤー $\langle 0,1\rangle$ と $\langle 0,2\rangle$ の戦略プロファイル $S_0^* = (S_{01}^*, S_{02}^*)$ を

$$S_0^*(\gamma_1) = \begin{cases} \left(\dfrac{1-\gamma_{11}}{2}, 0\right) & \text{if } \gamma_1 \in M_{01}, \\ \left(\dfrac{1-2\gamma_{11}+\gamma_{12}}{3}, \dfrac{1-2\gamma_{12}+\gamma_{11}}{3}\right) & \text{if } \gamma_1 \in A_0, \\ \left(0, \dfrac{1-\gamma_{12}}{2}\right) & \text{if } \gamma_1 \in M_{02} \end{cases} \tag{5}$$

とする。

戦略プロファイル S^* について，その直観的な説明を与えておこう。まず，クールノープレイヤーの戦略プロファイル $S_0^* = (S_{01}^*, S_{02}^*)$ は，単に，彼らに指定された限界費用プロファイル $\gamma_1 = (\gamma_{11}, \gamma_{12})$ の下でのクールノー競争におけるナッシュ均衡である。もし $\gamma_1 \in A_0$ ならば，市場は文字通り両企業に複占され，各企業の生産量は（限界費用プロファイル $(\gamma_{11}, \gamma_{12})$ の下での）クールノー複占生産量となる。そうではなく，もしどちらかの $i \in \{1,2\}$ について $\gamma_1 \in M_{0i}$ ならば，企業 j の生産はブロックされ，企業 i は無条件に（限界費用 γ_{1i} の下での）独占生産量を市場へ供給することになる。

伝達プレイヤーの戦略プロファイル $S_n^* = (S_{n1}^*, S_{n2}^*)$（ここで $n \in \{1,\dots,N\}$）は，彼らに指定された限界費用プロファイル $\gamma_{n+1} = (\gamma_{n+1,1}, \gamma_{n+1,2})$ を所与として，クールノープレイヤーを含めた部下の将来の行動を想定して，（後ほど，定理 2 で証明されるように）合理的なものとなっている。まず $\gamma_{n+1} \in A_n$ ならば，どちらの企業もライバル企業の生産を accommodate するしかなくなる。各企業 i の伝達プレイヤーは生産量競争でより有利になるように，上司から指定された限界費用 $\gamma_{n+1,i}$ よりも低い額を部下へ指定することになる。また，もし

どちらかの $i \in \{1,2\}$ について $\gamma_{n+1} \in D_{ni}$ ならば，企業 i の伝達プレイヤーは企業 j の生産活動を阻止する（deter）ために，上司から指定された限界費用 $\gamma_{n+1,i}$ よりも低い額を部下へ指定することになる。この場合，企業 j の伝達プレイヤーは上司から指定された限界費用 $\gamma_{n+1,j}$ をそのまま部下へ指定するのみである。最後に，もしどちらかの $i \in \{1,2\}$ について $\gamma_{n+1} \in M_{n-1,i}$ ならば，両企業の伝達プレイヤーとも上司から指定された限界費用 $(\gamma_{n+1,2}, \gamma_{n+1,2})$ をそのまま部下へ指定し，企業 i の独占が達成されることになる。この際，企業 j の生産はブロックされるか，企業 i の下位の伝達プレイヤーにより阻止されるのである。

戦略プロフィル S^* の下でのゲームの経路 $(\gamma^*_N, \ldots, \gamma^*_1, q^*)$ は

$$
\begin{aligned}
\gamma^*_n &= S^*_n \circ \cdots \circ S^*_N(c), \\
q^* &= S^*_0 \circ S^*_1 \circ \cdots \circ S^*_N(c)
\end{aligned}
$$

のように決まるが，これを明示的に求めたものが定理 1 である。

定理 1 権限委譲クールノー競争 $\mathrm{DC}(N, c)$ において，戦略プロファイル $S^* = (S^*_N, \ldots, S^*_1, S^*_0)$ における経路 $(\gamma^*_N, \ldots, \gamma^*_1, q^*)$ は，真の限界費用プロファイル c が C^2 の分割

$$
\{M_{01}, D_{11}, \ldots, D_{N1}, A_N, D_{N2}, \ldots, D_{12}, M_{02}\}
$$

のどの領域に属するかに応じて，以下のように決まる。

(a) $c \in A_N$ の場合

$$
\begin{aligned}
\gamma^*_{ni} &= \frac{(N+1)(N+n+2)c_i - (N+1)(N-n+1)c_j - (N-n+1)}{n(2N+3)}, \qquad (6)\\
q^*_i &= \frac{N+1}{2N+3}\left[1 - (N+2)c_i + (N+1)c_j\right].
\end{aligned}
$$

ここで，$n = N, \ldots, 1$ で $\gamma^*_n \in A_{n-1}$，$(q^*_1, q^*_2) \gg (0,0)$ となる。

(b) ある $i \in \{1,2\}$ と $\bar{n} \in \{1, \ldots, N\}$ に対して $c \in D_{\bar{n}i}$ の場合

$$
(\gamma^*_{ni}, \gamma^*_{nj}) = \begin{cases} (c_i, c_j) & \text{for } n = N, \ldots, \bar{n}+1 \\ \left(\dfrac{(n+1)c_j - 1}{n}, c_j\right) & \text{for } n = \bar{n}, \ldots, 1, \end{cases}
$$

$$
(q^*_i, q^*_j) = (1 - c_j, 0).
$$

ここで，$n = \bar{n}, \ldots, 1$ で $\gamma^*_n \in D_{n-1,i}$ である。

(c) ある $i \in \{1,2\}$ に対して $c \in M_{0i}$ の場合

$$(\gamma_{ni}^*, \gamma_{nj}^*) = (c_i, c_j),$$
$$(q_i^*, q_j^*) = \left(\frac{1-c_i}{2}, 0\right).$$

証明 定理 1 の形式に合わせ，(a)，(b)，(c) をそれぞれ独立に証明する。

(a) $c \in A_N$ であるとしよう。まず，$\gamma_n^* \in A_{n-1}$ となること，および $(q_1^*, q_2^*) \gg (0,0)$ となることは，それぞれ $c \in A_N$ の仮定の下で容易に確認される。

(6) を帰納法を用いて証明しよう。まず，$c \in A_N$ なので (4) の 3 行目より

$$\gamma_{Ni}^* = S_{Ni}^*(c) = \frac{2(N+1)^2 c_i - (N+1)c_j - 1}{N(2N+3)}$$

を得るので，(6) は $n = N$ で成立する。次に，(6) が $n = n' + 1$ で成立するとしよう $(n' \in \{1, \ldots, N-1\})$。すると，$\gamma_{n'+1}^* \in A_{n'}$ であるので (4) の 3 行目より，

$$\gamma_{n'i}^* = S_{n'i}^*(\gamma_{n'+1}^*) = \frac{(N+1)(N+n'+2)c_i - (N+1)(N-n'+1)c_j - (N-n'+1)}{n'(2N+3)}$$

を得る。これは (6) に $n = n'$ を代入したものと一致する。したがって，(6) が $n = N, \ldots, 1$ において成立することが証明された。

また，(6) より得られる γ_1^* に関して $\gamma_1^* \in A_0$ であるので，(5) の 2 行目より，

$$q_i^* = S_{0i}^*(\gamma_1^*) = \frac{N+1}{2N+3}\left[1 - (N+2)c_i + (N+1)c_j\right]$$

を得る。

(b) ある $i \in \{1,2\}$ と $\bar{n} \in \{1, \ldots, N\}$ で $c \in D_{\bar{n}i}$ であるとしよう。まず，第 $\bar{n}+1$ 期以前の経路は，(4) の 1 行目および 5 行目より，

$$(c_i, c_j) \xrightarrow{S_N^*} (c_i, c_j) \xrightarrow{S_{N-1}^*} \cdots \xrightarrow{S_{\bar{n}+2}^*} (c_i, c_j) \xrightarrow{S_{\bar{n}+1}^*} (c_i, c_j)$$

となることが確認できる。一方，第 $\bar{n}$ 期以降の経路は，(4) の 2 行目および 4 行目，さらに $\gamma_{n+1} \in D_{ni}$ ならば $\gamma_n = S_n(\gamma_{n+1}) \in D_{n-1,i}$ であるという性質により，

$$(c_i, c_j) \xrightarrow{S_{\bar{n}}^*} \left(\frac{(\bar{n}+1)c_j - 1}{\bar{n}}, c_j\right) \xrightarrow{S_{\bar{n}-1}^*} \cdots \xrightarrow{S_n^*} \left(\frac{(n+1)c_j - 1}{n}, c_j\right) \xrightarrow{S_{n-1}^*} \cdots \xrightarrow{S_1^*} (2c_j - 1, c_j)$$

となることが確認できる。

最後に，$(2c_j - 1, c_j) \in M_{0i}$ なので，(5) の 1 行目および 3 行目より，$(q_i^*, q_j^*) = S_0^*(2c_j - 1, c_j) = (1 - c_j, 0)$ を得る。

(c)　ある $i \in \{1, 2\}$ に対して $c \in M_{0i}$ であるとしよう。すると，(4) の 1 行目および 5 行目より，

$$(\gamma^*_{ni}, \gamma^*_{nj}) = S^*_n(\gamma^*_{n+1,i}, \gamma^*_{n+1,j}) = (\gamma^*_{n+1,i}, \gamma^*_{n+1,j}) = (c_i, c_j)$$

である。また，(5) の 1 行目および 3 行目より，

$$(q^*_i, q^*_j) = S^*_0(c) = \left(\frac{1 - c_i}{2}, 0\right)$$

である。 □

次に，定理 2 を得る。

定理 2 権限委譲クールノー競争 DC(N, c) において，戦略プロファイル $S^* = (S^*_N, \ldots, S^*_1, S^*_0)$ はサブゲーム完全均衡である。

証明 各 $n \in \{0, \ldots, N\}$ に対して，命題 $E[n]$ を次のように定義する。

$E[n]$: 戦略 $(S^*_n, \ldots, S^*_0)$ は，任意の $\gamma_{n+1} \in C^2$ の下でサブゲーム DC(n, γ_{n+1}) のナッシュ均衡である。

サブゲーム完全均衡の定義により，定理 2 を証明するためには，命題 $E[n]$ が全ての $n \in \{0, \ldots, N\}$ に対して成立することを示せばよいことになる。以下，帰納法による証明を与える。

まず，命題 $E[0]$ を考えよう。任意の $\gamma_1 \in C^2$ の下で，(5) で定義されるクールノープレイヤーの戦略プロファイル S^*_0 が，DC$(0, \gamma_1)$ のナッシュ均衡になっていることは，容易に確認できる。よって，命題 $E[0]$ は成立する。

ここで，ある $n \in \{1, \ldots, N\}$ に対して，命題 $E[n-1]$ が成立すると仮定しよう。この仮定の下で，命題 $E[n]$ も成立することを示したい。そのためには，ゲーム DC(n, γ_{n+1}) における第 $n-1$ 期以降のプレイヤー（$2n$ 人）の戦略プロファイルを $(S^*_{n-1}, \ldots, S^*_0)$ と固定し，2 人の伝達プレイヤー $\langle n, 1\rangle$ と $\langle n, 2\rangle$ の戦略プロファイル $S^*_n = (S^*_{n1}, S^*_{n2})$ が，（2 人ゲームでの）ナッシュ均衡を構成することを示せばよい。

ゲーム DC(n, γ_{n+1}) において，伝達プレイヤー $\langle n, i\rangle$ は，限界費用 $\gamma_{n+1,i}$ を所与とした最大化問題

$$\max_{\gamma_{ni} \in C} \left\{[(1 - (q_1 + q_2)] - \gamma_{n+1,i}\right\} q_i$$

に直面する。ここで，次期（第 $n-1$ 期）以降のプレイヤー（$2n$ 人）の戦略プロファイルを $(S^*_{n-1}, \ldots, S^*_0)$ と固定すると，$q = (q_1, q_2) = S^*_0 \circ S^*_1 \circ \cdots \circ S^*_{n-1}(\gamma_{n1}, \gamma_{n2})$ である。ところが，

サブゲーム $\mathrm{DC}(n-1,\gamma_n)$ とゲーム $\mathrm{DC}(N,c)$ の同型性を考慮すると，定理 1 より，

$$q=\begin{cases}\left(\dfrac{1-\gamma_{n1}}{2},0\right) & \text{if } \gamma_n\in M_{01},\\[2mm] (1-\gamma_{n2},0) & \text{if } \gamma_n\in M_{n-1,1}\setminus M_{01},\\[2mm] \left(\dfrac{n}{2n+1}[1-(n+1)\gamma_{n1}+n\gamma_{n2}],\dfrac{n}{2n+1}[1-(n+1)\gamma_{n2}+n\gamma_{n1}]\right) & \text{if } \gamma_n\in A_{n-1},\\[2mm] (0,1-\gamma_{n1}) & \text{if } \gamma_n\in M_{n-1,2}\setminus M_{02},\\[2mm] \left(0,\dfrac{1-\gamma_{n2}}{2}\right) & \text{if } \gamma_n\in M_{02}\end{cases}$$

となる。この下での利得最大化問題を解くと，以下のような（γ_{nj} に対する）最適反応が得られる[*10]。

$$\gamma_{ni}=\begin{cases}\gamma_{n+1,i} & \text{if } \gamma_{nj}\in\left[\dfrac{n\gamma_{n+1,i}+1}{n+1},1\right),\\[2mm] \dfrac{(n+1)\gamma_{nj}-1}{n} & \text{if } \gamma_{nj}\in\left[\dfrac{(n+1)\gamma_{n+1,i}+1}{n+2},\dfrac{n\gamma_{n+1,i}+1}{n+1}\right),\\[2mm] \dfrac{(n+1)(2n+1)\gamma_{n+1,i}-n\gamma_{nj}-1}{2n(n+1)} & \text{if } \gamma_{nj}\in\left(\dfrac{(n+1)\gamma_{n+1,i}-1}{n},\dfrac{(n+1)\gamma_{n+1,i}+1}{n+2}\right),\\[2mm] \gamma_{n+1,i} & \text{if } \gamma_{nj}\in\left(-\infty,\dfrac{(n+1)\gamma_{n+1,i}-1}{n}\right].\end{cases}$$

すると，両プレイヤー $\langle n,1\rangle$ と $\langle n,2\rangle$ の最適反応の交点が，(4) での S_n^* となることが確認できる。戦略プロファイル $S_n^*=(S_{n1}^*,S_{n2}^*)$ が（2 人ゲームでの）ナッシュ均衡を構成することが判ったので，命題 $E[n-1]$ の成立の下で，命題 $E[n]$ も成立することが言えた。

帰納法より，全ての $n\in\{1,\ldots,N\}$ の下で命題 $E[n]$ が成立することが証明された。 □

4. 権限委譲クールノー競争からベルトラン競争への収束

この節では，権限委譲クールノー競争 $\mathrm{DC}(N,c)$ によって決まる生産量と価格は，権限委譲の深度 N を増加させると，ベルトラン競争での生産量と価格に収束するという，本論文の主要結果を述べる。

[*10] この最適反応は一意ではない。実際，$\gamma_{nj}\in\left[\frac{(n+1)\gamma_{n+1,i}+1}{n+2},\frac{\gamma_{n+1,i}+1}{2}\right]$ に対しては任意の $\gamma_{ni}\in\left[2\gamma_{nj}-1,\frac{(n+1)\gamma_{nj}-1}{n}\right]$ が，また $\gamma_{nj}\in\left(-\infty,\frac{(n+1)\gamma_{n+1,i}-1}{n}\right]$ に対しては任意の $\gamma_{ni}\in\left[\frac{n\gamma_{nj}+1}{n+1},1\right)$ が最適反応である。本文の最適反応は，複数の最適反応の中でプレイヤー $\langle n,i\rangle$ が認識する真の限界費用との乖離 $|\gamma_{ni}-\gamma_{n+1,i}|$ が最も小さいものであり，γ_{nj} に関して連続である。

ベルトラン競争において，企業 i が設定する価格を p_i とする。価格プロファイル (p_1, p_2) の下で企業 i に対して発生する需要量が $Q_i(p_1, p_2)$ により与えられるとする。この企業 i が直面する需要関数 $Q_i(\cdot)$ に関して，仮定 1 に準じて，次のように仮定する。

仮定 4 ベルトラン競争において，企業 i は，以下のように定義される需要関数 $Q_i : C^2 \to \mathbb{R}_+$ に直面する。

$$Q_i(p_1, p_2) = \begin{cases} 1 - p_i & \text{if } p_i < p_j, \\ \dfrac{1 - p_i}{2} & \text{if } p_i = p_j, \\ 0 & \text{if } p_i > p_j. \end{cases}$$

権限委譲クールノー競争とベルトラン競争の生産量と価格を比較するためには，各競争での均衡における生産量プロファイル (q_1, q_2) を求めれば十分であり，定理 3 を得る。

定理 3 権限委譲クールノー競争 $\mathrm{DC}(N, c)$ のサブゲーム完全均衡の下での生産量プロファイル (q_1^N, q_2^N) とベルトラン競争でのナッシュ均衡の下での生産量プロファイル $(q_1^{\mathrm{B}}, q_2^{\mathrm{B}})$ には，以下のような関係がある。

(a) $c_1 = c_2$ ならば，$\lim_{N\to\infty}(q_1^N, q_2^N) = (q_1^{\mathrm{B}}, q_2^{\mathrm{B}})$ である。

(b) $c_1 \neq c_2$ ならば，ある $\bar{N} \in \mathbb{N}_0$ が存在し，$N \geq \bar{N}$ を満たす任意の $N \in \mathbb{N}_0$ に対して $(q_1^N, q_2^N) = (q_1^{\mathrm{B}}, q_2^{\mathrm{B}})$ である。

証明

(a) $c_1 = c_2 = k$ とする。ベルトラン競争での唯一のナッシュ均衡は，両企業が価格 k を付ける状態であり，その下での生産量プロファイルは

$$(q_1^{\mathrm{B}}, q_2^{\mathrm{B}}) = \left(\frac{Q(k)}{2}, \frac{Q(k)}{2}\right) = \left(\frac{1-k}{2}, \frac{1-k}{2}\right)$$

となる。一方，権限委譲クールノー競争 $\mathrm{DC}(N, c)$ においては，任意の $N \in \mathbb{N}_0$ に対して $c = (k, k) \in A_N$ であるので，定理 1 の (a) より生産量プロファイルは

$$(q_1^N, q_2^N) = \left(\frac{(N+1)(1-k)}{2N+3}, \frac{(N+1)(1-k)}{2N+3}\right)$$

となる。したがって，$N \to \infty$ とすると $(q_1^N, q_2^N) \to (q_1^{\mathrm{B}}, q_2^{\mathrm{B}})$ である。

(b) 一般性を失うことなく $c_1 < c_2$ とする。すると，$c \in M_{01} \cup A_0$ である。

まず，$c \in A_0$ であるとする。ベルトラン競争において，被支配戦略を使用しないナッシュ

均衡は，両企業が価格 c_2 を付け，全ての需要が企業 1 に発生する状態である[*11]。よって，その下での生産量プロファイルは

$$(q_1^{\mathrm{B}}, q_2^{\mathrm{B}}) = (Q(c_2), 0) = (1 - c_2, 0)$$

となる。一方，権限委譲クールノー競争 $\mathrm{DC}(N, c)$ においては，

$$\bar{N} = \left\lceil \frac{c_1 - 2c_2 + 1}{c_2 - c_1} \right\rceil \in \mathbb{N}$$

としたとき[*12]，$N \geq \bar{N}$ を満たす任意の $N \in \mathbb{N}$ に対して $c \in M_{N1}$ であり，定理 1 の (b) より生産量プロファイルは

$$(q_1^N, q_2^N) = (1 - c_2, 0)$$

となる。したがって，$(q_1^N, q_2^N) = (q_1^{\mathrm{B}}, q_2^{\mathrm{B}})$ である。

次に，$c \in M_{01}$ だとする。ベルトラン競争でのナッシュ均衡では，企業 1 が独占価格 $(c_1 + 1)/2$ を付けることになり，生産量プロファイルは

$$(q_1^{\mathrm{B}}, q_2^{\mathrm{B}}) = \left(\frac{1 - c_1}{2}, 0 \right)$$

となる。一方，権限委譲クールノー競争 $\mathrm{DC}(N, c)$ においては，定理 1 の (c) より生産量プロファイルは

$$(q_1^N, q_2^N) = \left(\frac{1 - c_1}{2}, 0 \right)$$

である。したがって，任意の $N \in \mathbb{N}_0$ で $(q_1^N, q_2^N) = (q_1^{\mathrm{B}}, q_2^{\mathrm{B}})$ である。 □

定理 3 の (a) と (b) に対応する例を，それぞれ挙げておく。

例 1 企業の限界費用プロファイルを $(c_1, c_2) = (0.5, 0.5)$ とする。この場合，権限委譲クールノー競争でもベルトラン競争でも両企業の生産量は対称的である。まず，ベルトラン競争での生産量は，$q_i^{\mathrm{B}} = 0.25$ となる。一方，権限委譲クールノー競争 $\mathrm{DC}(N, c)$ での生産量 q_i^N は，下表のようになる。権限委譲の深度 N を 0 から順に増加させていくと，q_i^N は，クールノー生産量 0.167 から，N の増加と共に増加し，ベルトラン生産量 0.25 に収束していく。

N	0	1	2	3	4	5	$\cdots$	10	$\cdots$	50	$\cdots$
q_i^N	0.167	0.200	0.214	0.222	0.227	0.231	$\cdots$	0.239	$\cdots$	0.248	$\cdots$

[*11] 被支配戦略を使用するナッシュ均衡としては，両企業が任意のある価格 $p \in (c_1, c_2)$ を付け，全ての需要が企業 1 に発生する状態がある。限界費用が異なるベルトラン複占市場でのナッシュ均衡の詳細に関しては Blume (2003) を見よ。

[*12] ここで，$\lceil x \rceil$ は x 以上の最小の整数を表す。

例 2 企業の限界費用プロファイルを $(c_1, c_2) = (0.5, 0.6)$ とする。まず，ベルトラン競争での生産量プロファイルは，$(q_1^{\mathrm{B}}, q_2^{\mathrm{B}}) = (0.4, 0)$ となる。一方，権限委譲クールノー競争 $\mathrm{DC}(N, c)$ での生産量 q_i^N は，下表のようになる。権限委譲の深度 N を 0 から順に増加させていくと，(q_1^N, q_2^N) は，深度 2 まではクールノー生産量プロファイル $(0.2, 0.1)$ から徐々に企業 1 の市場シェアが増す形で変化し，深度 3 以降では，ベルトラン生産量プロファイル $(0.4, 0)$ に一致する。

N	0	1	2	3	4	$\cdots$
(q_1^N, q_2^N)	$(0.200, 0.100)$	$(0.280, 0.080)$	$(0.343, 0.043)$	$(0.400, 0)$	$(0.400, 0)$	$\cdots$

5.　おわりに

本論文では，クールノー複占競争に先立って，各企業内で上司から部下へ，部下からその部下へ……と権限委譲が逐次的に生じている状況を「権限委譲クールノー競争」として定義し，分析を行った。

企業間の真の限界費用が等しい場合，権限委譲クールノー競争での生産量と価格は，権限委譲の深度を大きくするとベルトラン競争での生産量と価格に収束することが示された。また，企業間の真の限界費用が異なる場合は，権限委譲クールノー競争での生産量と価格は，十分大きな権限委譲の深度の下でベルトラン競争での生産量と価格に完全に一致することが示された。

ところで，ベルトラン競争はそれに先立つ逐次的な権限委譲によって影響を受けるだろうか。実は，この論文で仮定しているような製品差別化が無い複占市場においては，ベルトラン競争に先立つ権限委譲の際に，真ではない限界費用が伝達されるような現象は発生しない[*13]。よって，逐次的な権限委譲は，製品差別化が無い複占市場でのベルトラン競争には影響を与えない。つまり，製品差別化が無い複占市場における生産量と価格は，市場での競争がクールノー競争であろうがベルトラン競争であろうが，市場での競争に先立つ逐次的な権限委譲の深度が大きくなれば，ある一定の状態――完全競争――に収束していくのである。

この結論は，より一般的な需要構造・費用構造の下でも成立するだろうか。筆者は，複占市場で製品差別化がなされているという仮定の下で，数値例を通した分析を行った。市場での競争がクールノー競争だろうがベルトラン競争だろうが，生産量と価格は，権限委譲の深度が大きくなるとある一定の状態へ収束していくようである。しかし，その収束先は完全競

*13 ベルトラン複占企業内での権限委譲では，（認識上の）真の限界費用をそのまま部下へ伝達することが上司の弱支配戦略であることが，容易に証明される。

争の状態ではなく，正に，クールノー競争とベルトラン競争の中間的な状態である。この状態が一体何を意味しているのか，十分な解釈を与えるまでには至っていない。

（成蹊大学経済学部教授）

参考文献

[1] Bertrand, J. (1883) "Theorie Mathématique de la Richesse Sociale", *Journal des Savants*, Vol. 67, pp. 499–508.

[2] Blume, A. (2003) "Bertrand without Fudge", *Economics Letters* Vol. 78, pp. 167–168.

[3] Cournot, A. (1838) *Recherches sur les Principes Mathématiques de la Théorie des Richesses*, Paris: Hachette (English edition: *Researches into the Mathematical Principles of the Theory of Wealth*, edited by N. Bacon. London: Macmillan, 1897)

[4] Deneckere, R. and Kovenock, D. (1996) "Bertrand-Edgeworth Duopoly with Unit Cost Asymmetry", *Economic Theory* Vol. 8, pp. 1–25.

[5] Fershtman, C. and Judd, K. (1987) "Equilibrium Incentives in Oligopoly", *American Economic Review* Vol. 77, pp. 927–940.

[6] Kreps, D. and Scheinkman, J. (1983) "Quantity Precommitment and Bertrand Competition Yield Cournot Outcomes", *Bell Journal of Economics* Vol. 14, pp. 326–337.

[7] Osborne, M. and Pitchik, C. (1986) "Price Competition in a Capacity-Constrained Duopoly", *Journal of Economic Theory* Vol. 38, pp. 238–260.

[8] Saggi, K. and Vettas, N. (2002) "On Intrabrand and Interbrand competition: The Strategic Role of Fees and Royalties", *European Economic Review* Vol. 46, pp. 189–200.

[9] Sklivas, S. (1987) "The Strategic Choice of Managerial Incentives", *RAND Journal of Economics* Vol. 18, pp. 452–458.

[10] 松井彰彦 (2002) 『慣習と規範の経済学』東洋経済新報社