

## 波動フィルタリング法を基調とした柔軟はりの波動制御

岩本 宏之\*<sup>1</sup>, 田中 信雄\*<sup>2</sup>

### Active Wave Control of a Flexible Using Wave Filters

Hiroyuki IWAMOTO\*<sup>1</sup>, Nobuo TANAKA\*<sup>2</sup>

**ABSTRACT** : This report is a review of active wave control of a flexible beam the author has proposed for the last ten years. Conventional active vibration control methods encounter difficulties when the control target is a distributed parameter system which has an infinite number of vibration modes. Active wave control can overcome this problem; however, the conventional active wave control based on feedforward technique had two drawbacks. First, the conventional point-sensors-based wave filter cannot accurately work in the vibration field where the effect of evanescent waves is not negligible. Second, any kind of smart wave filtering method had not been established. To cope with these problems, the authors proposed two types of the wave filter. The brief review about them is described in this report, and it is clarified that the proposed methods cope with the problems described above from the numerical and experimental point of view.

**Keywords** : active wave control, active vibration control, wave filter

(Received March 25, 2005)

### 1. はじめに

これまでに提案された振動制御法を総括すると、LAC(Low Authority Control)とHAC(High Authority Control)に分類される。通常、LACではDVFB(Direct Velocity Feedback)が採用され、コロケーションが成立する制約下で広範囲な周波数領域において振動モードにダンピングを付加することができる。しかし、モードの精緻な制御は不可能である。これに対して、HACにおいてはモード展開法を基調とし、ロバスト制御法などを運用することで、狭帯域な周波数領域で限定した振動モードの精緻な制御を目的とする。しかし、制御系の構成が複雑になるので、大型宇宙構造物(LSS)のように典型的な分布定数系の特性を有する構造物が対象となる場合、その適用には限界がある。最近、この問題を解決すべく、波動制御法が台頭しつつある。当該手法は、振動モードの生成メカニズムに着目し、モード励振の元凶となる定在波の生成を回避することに

より、その不活性化を図るので、簡素な制御系で非常に数多くの振動モードを抑制できる。したがって、分布定数系制御理論として非常に高いポテンシャルを秘めている。

これまでに提案された波動制御法の問題点をまとめると、次のようになる。

#### (a) フィードフォワード制御

①ニア・フィールドの影響を考慮した波動フィルタによる波動制御系の設計がなされていない。

②知的適応構造(スマートストラクチャ)の観点から、スマートセンサによる波動フィルタの設計法は未だ確立されていない。

#### (b) フィードバック制御

波動の完全な除去を志向すると、外乱の位置情報が制御則の導出に必要なことになる。外乱に関する情報が不要であることがフィードバック制御本来の特性であることを鑑みると、この性質は好ましくない。

著者らは上記の問題を解決すべく、以下の手法を提案している。

(i)ポイントセンサ群を用いることにより、ニア・フィールドの影響を考慮に入れた波動フィルタリング法を提

\*<sup>1</sup> : SD学科准教授 (hiroyuki-iwamoto@st.seikei.ac.jp)

\*<sup>2</sup> : 首都大学東京システムデザイン学部名誉教授

案する。

(ii) PVDF(ポリフッ化ビニリデン)に代表される圧電性高分子をシェーピングすることにより、波動振幅のスマートセンシングを実現する。

(iii) 構造物中のある一点での状態量(主に変位、速度、加速度など)ではなく、ある方向に伝播する波動の振幅を基調としたフィードバック型波動制御法を提案する。これにより、制御則の導出に外乱情報は不要になる。

本論文では、ポイントセンサ群を用いた波動フィルタを用いたフィードフォワード型波動制御に関する結果のみを概説する。なお、全ての数値解析と実験において、表1に示される特性を有するはりを用いる。また、数値解析においてはモード周波数におけるオーバーフローを避けるため損失係数0.001を与えて計算を行う。

Table 1. Parameters of a flexible beam

Length	Width	Thickness
1.105 m	4.5 cm	1.5 mm
Density	Young's modulus	Material
2770 kg/m <sup>3</sup>	7.4x10 <sup>10</sup> N/m <sup>2</sup>	Duralumin

## 2. ポイントセンサ群による波動フィルタを用いたフィードフォワード型波動制御

フィードフォワード制御問題を考える場合、系のパラメータ変動に対する脆弱性を補償するため、現場で採取したリファレンス信号とエラー信号を用いることにより、制御器を最適な状態へ適応させることが必須となる。代表的な例として、Filtered-xLMSアルゴリズムによる適応フィードフォワード制御が挙げられるが、これを波動制御の観点から考えると、構造物中を伝播する波動の振幅をダイレクトかつリアルタイムにフィルタリングすることが必要になる。これを可能にするのが波動フィルタである。

従来の波動フィルタは2つのポイントセンサを使用し、ニア・フィールドの影響を考慮しないものであった。そこで、本論文では4つのポイントセンサを用いることによりニア・フィールドを考慮した波動フィルタを提案し、当該手法を適応フィードフォワード制御系のエラーセンサに適用することで、フィードフォワード型波動制御系を構築する。

任意の境界条件を有するオイラー・ベルヌーイはりに分布力 $f(x,t)$ が作用する場合、その運動方程式は次のように表される。

$$EI \frac{\partial^4 \xi(x,t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial t^2} = f(x,t) \quad (1)$$

ここで、式(1)を解くために、その斉次方程式を考え、その解を $\xi(x,t) = \xi(x)e^{j\omega t}$ と置き、上式を変数分離すると次のようになる。

$$\frac{d^4 \xi(x)}{dx^4} - k^4 \xi(x) = 0 \quad (2)$$

ただし、

$$k^4 = \frac{\rho A \omega^2}{EI} \quad (3)$$

ここで、 $E, I, \xi, x, t, \rho, A, \omega, j$ は、各々縦弾性係数、断面二次モーメント、曲げ振動の変位、はりの左端からの距離、時間、密度、断面積、角振動数、虚数単位を表す。すると、式(2)の一般解は次のように求まる。

$$-\xi(x) = C_1 e^{-jkx} + C_2 e^{-kx} + C_3 e^{jkx} + C_4 e^{kx} \quad (4)$$

ただし、 $C_1, C_2, C_3, C_4$ はそれぞれ進行波振幅、はりの左端におけるニア・フィールドの振幅、後退波振幅、はりの右端におけるニア・フィールドの振幅を表す。

ニア・フィールドを考慮した波動フィルタの構成式は式(4)を基調とすることで導出される。例えば、後退波をセンシングする波動フィルタの構成式は次のようになる。

$$C_3 e^{jkx} = \frac{(-\xi(x_4) + (a+b+d)\xi(x_3) - (ab+ad+1)\xi(x_2) + a\xi(x_1))}{(c-a)(c-b)(c-d)} \quad (5)$$

ただし、

$$a = e^{-jkl_s}, \quad b = e^{-kl_s}, \quad c = e^{jkl_s}, \quad d = e^{kl_s} \quad (6)$$

ここで、適応フィードフォワード制御系のエラーセンサにおいては、誤差信号に比例する情報を入手できれば良いので、 $1/(c-a)(c-b)(c-d)$ は省略可能である。この場合の波動フィルタの構成図を図1に示す。図より明らかなように、波動フィルタは3つのサブフィルタにより構成される。サブフィルタF1, F2, F3の特性は $a, ab+ad+1, a+b+d$ で表される。

次に、当該フィルタを適応型フィードフォワード制御

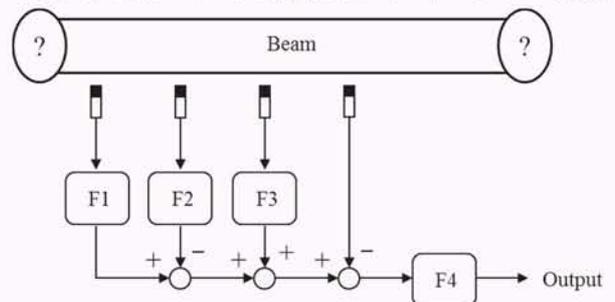


Figure 1. Schematic diagram of a wave filter using point sensors

系のエラーセンサに適用することにより、波動制御系を実際に構築し、当該手法の有用性を実証する。図2に制御系の概念図を示している。はりの境界条件は固定・固定とし、アクチュエータにはPZTを用いる。外乱点の位置は右端から5cmの位置、波動フィルタと制御点の位置は任意とする。

制御点をはりの左端から5cmの位置に設置し、はりの左端から外乱点に向かって伝播する波動の吸収、すなわち、反射波吸収制御の実験結果について考察する。なお、波動フィルタの観測点は $x_1=0.255\text{m}$ とする。まず、100Hzまでに帯域制限された白色雑音で外乱を与えた場合について考える。この場合の、非制御および制御時の $x=1.02\text{m}$ におけるコンプライアンスが図3に示されている。非制御時では、100Hzまでの周波数帯域において5個の振動モードが存在している。これに対し、制御時の特性に注目すると、非制御時とは対照的に、全てのピークが漸近線に収束し、振動モードが不活性化されているのがわかる。次に、非制御および制御時の3次モード近傍にお

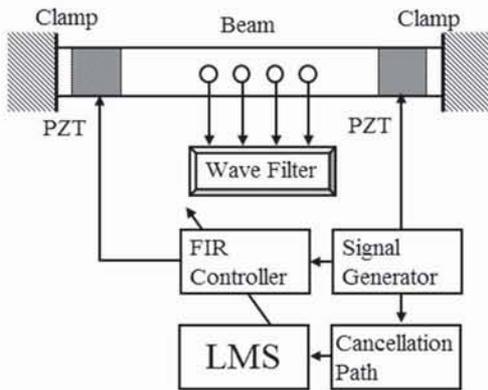


Figure 2. Schematic diagram of an adaptive wave control system for a flexible beam based on the point-sensor-based wave filter

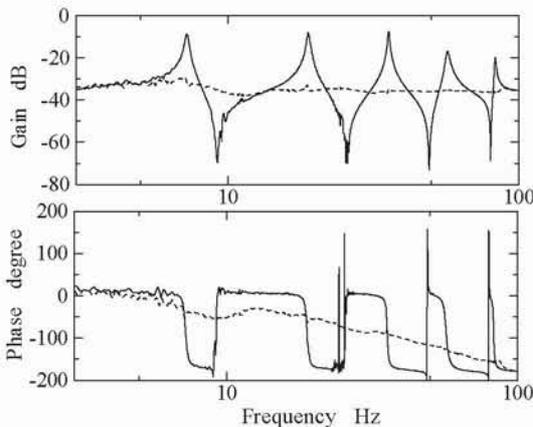


Figure 3. Experimental results of dynamic compliance at  $x=1.02$  with (---) and without (—) reflected wave control

る変位波動包絡線を図4, 5に示す。非制御時の場合、3次の振動モードが励起され、最大変位は0.42mmとなっている。これに対し、制御時の場合、反射波吸収制御により振動モードが不活性化され、進行波のみが存在している。このときの最大変位は19.5 $\mu\text{m}$ であり、非制御時の4.6%にまで抑制されている。

次に、制御点を外乱点近傍15cmの位置( $x=0.905\text{m}$ )に設置し、制御点からはりの左端に向かって伝播する波動の除去、すなわち、透過波除去制御の実験結果について考察する。波動フィルタの観測点は $x_1=0.85\text{m}$ とする。この場合の制御時の波動包絡線が図6に示されている。図より明らかなように、制御入力により透過波が除去され、当該領域における変位は制御点より減衰するニア・フィールドによるもののみとなり、はりの広い領域において無振動状態が生成されている。また、波動フィルタの観

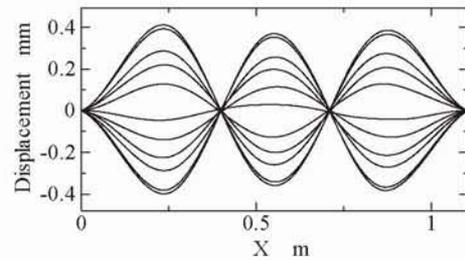


Figure 4. Experimental results of envelope of displacement distribution without control around the 3rd modal frequency

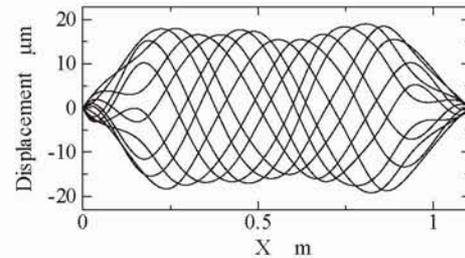


Figure 5. Experimental results of envelope of displacement distribution with reflected wave control around the 3rd modal frequency

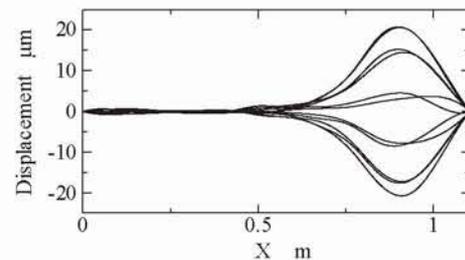


Figure 6. Experimental results of envelope of displacement distribution with transmitted wave control around the 3rd modal frequency when measurement point is  $x=0.85$

測点近傍では、制御点より減衰するニア・フィールドの影響が大きいことに鑑みると、当該フィルタはニア/フィールドの影響を受けないことは明らかである。

### 3. スマートセンサによる波動フィルタを用いたフィードフォワード型波動制御

これまでに提案された波動フィルタリング法はポイントセンサを使用するもののみであり、知的適応構造の観点から、分布定数系スマートセンサによる波動振幅のセンシング技術は未だ確立されていない。そこで、本章ではPVDFフィルムをシェーピングすることによる、波動振幅のスマートセンシング法を提案し、当該手法を適応フィードフォワード制御系のエラーセンサに適用することで、フィードフォワード型波動制御系を構築する。

ファー・フィールドにおける柔軟はりの変位は次のように表される。

$$-\xi(x) = c_1 e^{-jkx} + c_2 e^{jkx} \tag{7}$$

ここで、図7のように形状関数 $j(x)$ でシェーピングされたPVDFセンサが柔軟はりに貼付される場合を考える。この時、PVDFの電荷出力は次のように表される。

$$\tilde{q} = \Gamma_0 e_{31} \int_{L_0}^{L_0+L_s} \varphi(x) \frac{d^2 \xi(x)}{dx^2} dx \tag{8}$$

ただし、 $\Gamma_0$ はセンサ定数、 $e_{31}$ は圧電応力定数である。ここで、例えば、後退波振幅をセンシング使用とする場合、そのフィルタリング条件は次のように表される。

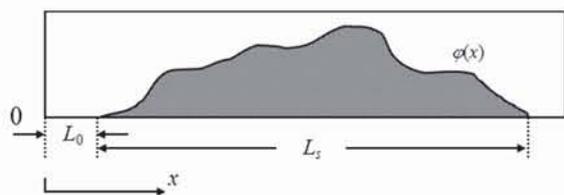


Figure 7. One-dimensional distributed parameter PVDF sensor shaped in the width direction and placed along x-axis

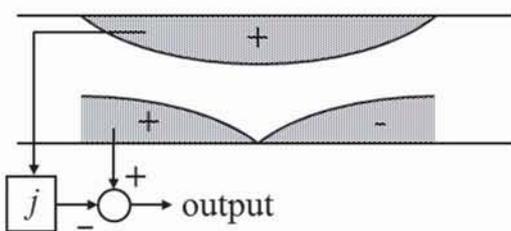


Figure 8. Schematic diagram of a wave filter using smart sensors

$$L_s = \frac{n\lambda}{2} \tag{9}$$

$$\varphi(x) = e^{-jkx} \tag{10}$$

ただし、 $\lambda$ は波長である。また、 $n$ は任意の整数値をとるものでセンサ長係数と呼ぶ。ここで1つ問題点が浮上する。それはシェーピング関数が複素関数である点である。そこで、この問題点の解決法を以下に示す。

オイラーの公式を用いて式(10)を次のように展開する。

$$e^{-jkx} = \cos kx - j \sin kx \tag{11}$$

式(11)は次のことを意味している。すなわち、後退波振幅は $\cos kx$ でシェーピングされたセンサの出力と $\sin kx$ でシェーピングされたセンサの出力に位相差 $-90^\circ$ を与えたものを足すことで得ることが出来る。例として、 $n=1$ とした場合の波動フィルタの構成図を図8に示す。

次に、センサ長係数とフィルタリング精度の関係を、フィルタ出力に含まれる各波動成分の比の観点から明らかにする。図9は4次モード周波数における後退波振幅を対象とした波動フィルタの出力に含まれる各波動成分の比を、 $n=4$ と $n=1$ の場合についてプロットしたものである。図より明らかなように、 $n=4$ の場合には、帯域内において反射波成分は3つのノッチを持つが、 $n=1$ の場合にはノッチを持たない。このことから、 $n$ が小さいほうが高精度であることがわかる。

次に、当該手法を適応型フィードフォワード制御系のエラーセンサに適用することにより、その有用性を実証する。図10に制御系の概念図を示している。はりの境界

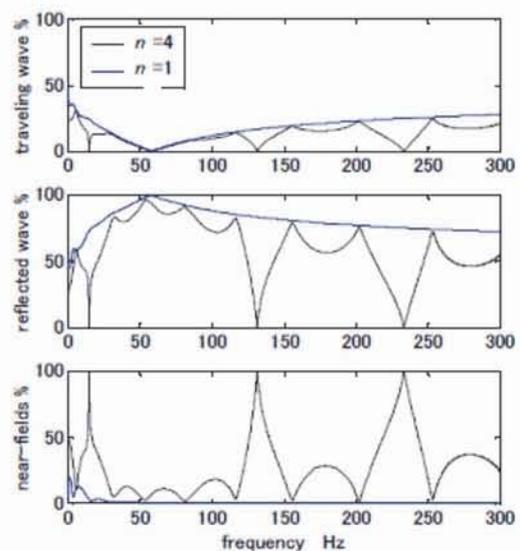


Figure 9. Ratios of the wave component to total output of the wave filter designed at the 4th modal frequency

条件は固定・固定とする。アクチュエータにはPZTを用いる。外乱点は右端から5 cmの位置とし、制御点は左端から5 cmの位置とする。制御方式にはFiltered-xLMSアルゴリズムを基調とする適応型フィードフォワード制御法を用いる。また、フェイズシフタはFIRフィルタで近似的に実現する。この場合の周波数特性が図11に示されている。

非制御時と制御時における $x=1.02$ での動的コンプライアンスが図12に示されている。非制御時の場合、100Hzまでの周波数帯域において5個の共振モードが存在しているのがわかる。この場合、計測点が外乱点近傍なので、共振と反共振が交互に現れている。次に、制御時の場合に注目すると、非制御時に存在したピークとノッチが漸近線にほぼ収束しているのがわかる。これは、第3章で示した最適波動制御の結果に非常に近い。また、図11に示されるように、フェイズシフタの近似精度があまり良好ではないことを鑑みると、フィードフォ

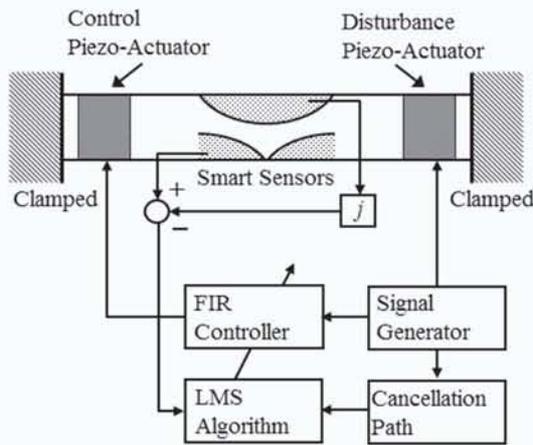


Figure 10. Schematic diagram of an adaptive wave control system for a flexible beam based on the smart-sensor-based wave filter

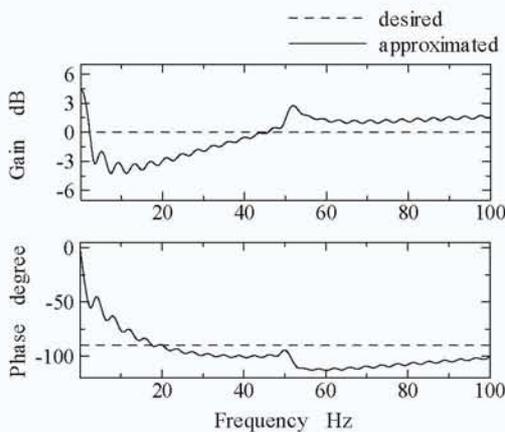


Figure 11. Frequency characteristics of desired and approximated phase shifter

ワード型波動制御法はフィルタリング精度のある程度までの劣化に対して、高い制御性能を保持できると結論づけることができる。次に、非制御および制御時の4次モード近傍における変位波動包絡線を図13, 14に示す。非制御時の場合、4次の共振モードが励起され、最大変位は0.21 mmとなっている。これに対し、制御時の場合、反射波の残留は認められるものの、非制御時に定在していた節は移動し、共振モードがほぼ不活性化されているのが分かる。このときの最大変位は13 $\mu$ mであり、非制御時の6.2%にまで抑制されている。

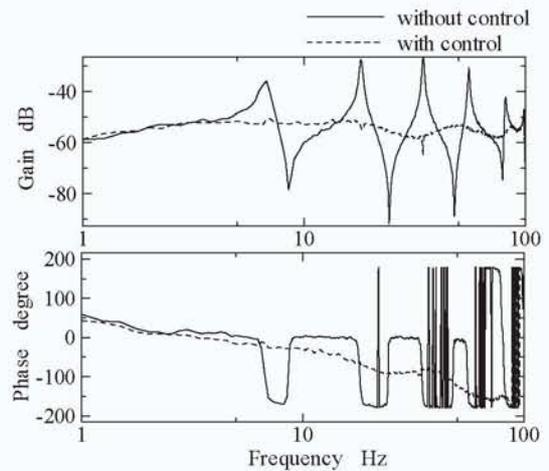


Figure 12. Schematic diagram of an adaptive wave control system for a flexible beam based on the smart-sensor-based wave filter

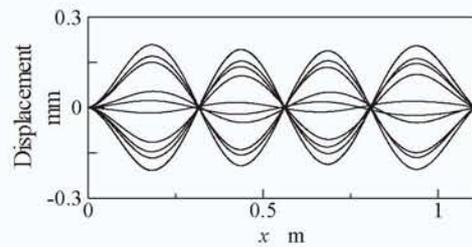


Figure 13. Experimental results of envelope of displacement distribution without control around the 4th modal frequency

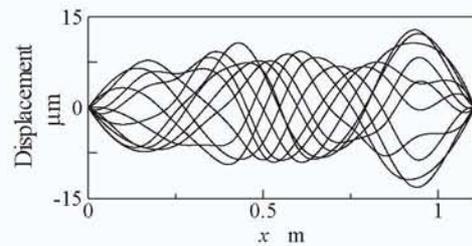


Figure 14. Experimental results of envelope of displacement distribution with reflected wave control using smart sensors around the 4th modal frequency

#### 4. 結言

本報告では、柔軟はりを対象として、波動フィルタリング法による波動制御法をフィードフォワード制御とフィードバック制御の両面から提案した。本報告の内容を要約すると以下のようになる。

1. これまでに提案された波動フィルタは、2つのポイントセンサを基調としニア・フィールドを考慮しないものであった。能動制御が有効とされる低い周波数帯域において、ニア・フィールドの影響が大きいことを鑑みると、これは解決しなければならない問題である。そこで、4つのポイントセンサを用いることにより、ニア・フィールドを考慮した新しい波動フィルタリング法を提案した。そして、当該手法を適応フィードフォワード制御に適用することにより、これまで不可能であった、低い周波数帯域もカバーできる適応波動制御系を実現した。
2. ポイントセンサ群による波動フィルタリング法とは立場を異にし、知的適応構造（スマートストラクチャ）の観点から、分布定数系PVDFセンサをシェーピングすることにより、波動振幅のスマートセンシングを実現した。この場合、PVDFフィルムの形状関数は複素関数となるが、虚数単位を90度のフェイズシフトと捉えることによりシェーピングを実現した。そして、当該手法を適応フィードフォワード制御に適用することにより、適応波動制御系を実現した。その際に明らかになったのは、当該フィルタが単一周波数を対象としているのにもかかわらず、幅広い周波数帯域内において高い制御効果を示すことである。すなわち、波動振幅を制御系の評価指標とすることは制御系にロバスト性能を与えることを明らかにした。

smart sensors], Smart materials and structures, Vol.14, No.6, (2005), pp.1369-1376

- 4) 岩本 宏之,「波動フィルタリング法を基調とした柔軟はりの波動制御」, 東京都立科学技術大学博士論文, 2005

#### 参考文献

- 1) 岩本 宏之, 田中 信雄,「柔軟はりにおける波動フィルタリング法に関する研究 (ポイントセンサ群による波動フィルタの設計)」, 日本機械学会論文集 C編, 68-675 (2002), pp.3246-3253
- 2) 岩本 宏之, 田中 信雄,「ポイントセンサ群による波動フィルタを用いた柔軟はりのフィードフォワード型波動制御に関する研究」, 日本機械学会論文集 C編, 69-685 (2003), pp.2233-2239
- 3) 岩本 宏之, 田中 信雄,「Adaptive feedforward control of flexural waves propagating in a beam using