

ラジアスエンドミル加工の工具経路間隔計算アルゴリズムの実験検証 工具進行方向の傾きのみを考慮した場合

関根 務^{*1}, アブドウラハマン ハーミド マウラダウィーラ^{*2}

Experimental verification of a path interval algorithm in filleted end milling
In the case of considering a tool inclination angle along a feed direction

Tsutomu SEKINE^{*1}, Abdulrahman Hamed MWLADDAWILAH^{*2}

ABSTRACT : This study describes experimental verification of a path interval formula in 5-axis filleted end milling. Path interval is known as a machining condition achieving a suitable balance between manufacturing efficiency and machined surface quality even in multi-axis machining. However, the practical knowledge has been scarcely accumulated so far. In this study, the practicality of path interval algorithm was investigated with several experiments. As a result, path intervals could be determined with the numerically-adequate accuracy in 5-axis filleted end milling.

Keywords : filleted end milling, path interval, CAM, 5-axis CNC machining

(Received October 10, 2017)

1. 緒言

多軸制御エンドミル加工の利用は各産業で利用されており、高品質な機械部品を精度よく低コストで生産できる技術として更なる高度化が求められている^{1),2)}。生産現場では、エンドミル加工によって所望の加工面性状を得るために、工具経路間隔を指標としたスカロップ高さの抑制が、コンピュータ援用技術とともに定着し、目的形状の高精度な創成を可能にしている。いくつかの切削加工条件の中で、工具経路間隔は加工面性状と生産効率のバランスを考慮できるパラメータの1つとしても知られている。しかしながら、工具経路間隔とスカロップ高さの関係が実用レベルで支障のない程に解明されているのは、ボールエンドミル加工のみである^{3)~5)}。一般に、ボールエンドミル加工の工具経路間隔は工具先端形状を半球として捉え、瞬間的な2次元断面における工具先端形状の掃引領域を考えることにより与えられる。そのため、工具姿勢が変化しても工具先端形状は常に同じ取り

扱いの下で工具経路間隔の導出が可能である。なお、特殊な条件下の場合にはこの限りではない。

一方で、スクエアエンドミル^{6)~11)}やラジアスエンドミル^{12)~16)}を用いた多軸制御加工では、工具姿勢の変化に伴い、工具先端形状による掃引領域が多様に変化していくことを考慮する必要がある。いずれのエンドミル形状でも、工具先端形状の掃引領域を3次元幾何学を用いた交差問題として捉えていくことが必要となる。そのため、単純な加工状態でさえ、その特徴把握は容易ではなく、関連する研究報告は僅少である。

本研究で対象としているラジアスエンドミル加工では、これまで切削時における有効工具径に基づき、幾何学的にモデル化した工具形状から疑似的な円を描くことで、隣り合う2つの円の交点問題となるように近似して工具経路間隔が導出されてきた¹⁴⁾。この考え方では、ボールエンドミル加工のために確立されたアプローチをそのまま踏襲しており、瞬間的な2次元断面上に投影した工具先端形状の掃引領域を考えている。しかし、ラジアスエンドミルの工具先端形状は幾何学的な特徴からトーラス（輪環面）を含む問題として取り扱われてきた歴史があり、その場合には瞬間的な2次元断面への投影形状は極

*1 : システムデザイン学科准教授(tsekine@st.seikei.ac.jp)

*2 : 東海大学工学研究科機械工学専攻修士学生

単純な場合を除き、代数学的に解くことが不可能な高次式として与えられる。そのため、関連する研究報告では近似的な投影形状を考慮した実用式の導出が主に検討されてきた。

著者らは、上記の問題を3次元幾何学的に考察し、工具進行方向にのみ傾きを有する工具姿勢のラジラスエンドミル加工時の工具経路間隔を得ることのできる計算アルゴリズムを与えている¹⁶⁾。また、提案した計算アルゴリズムの性質をいくつかの工具姿勢のもとで数値的に検討し、その特徴をグラフとしてまとめ、これまでに報告してきた。

本報では、ラジラスエンドミル加工の工具経路間隔計算アルゴリズムを工具進行方向の傾きのみを考慮して実験的に検証し、スカロップ高さの理論値と実験値を比較することで、計算アルゴリズムの実用性について数値的に明らかにする。

2. ラジラスエンドミル加工の3次元幾何学的検討

図1(a)のような標準的なラジラスエンドミル形状を考える。以下では、設定される各座標系は右手系からなり、それらの軸を表すベクトルはすべて正規化されているものとする。図1(a)において、 R は工具半径、 R_{cr} は切れ刃先端のコーナ半径を表している。ここで、工具先端の3次元形状の特徴に注目して、図1(b)に示すような R_{cr} を小円の半径とするトーラス（輪環面）を考える。図に示す

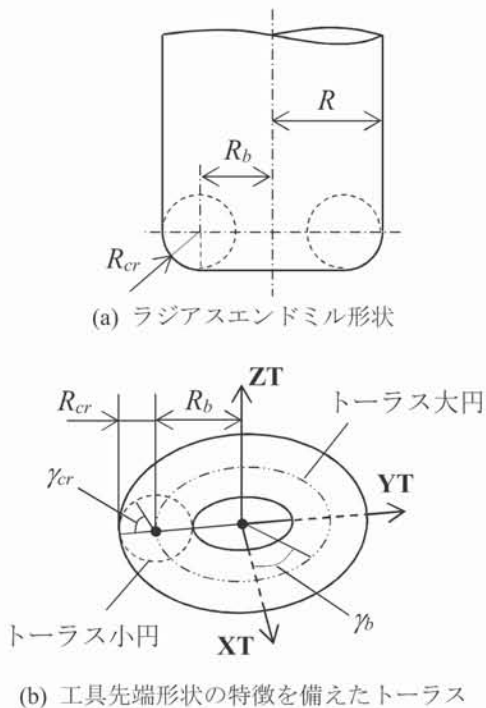


図1 ラジラスエンドミル切れ刃先端部のモデル化

ように、 R_b はトーラスの大円（中心曲線）の半径であり、 R および R_{cr} と次式の関係有している。

$$R_b = R - R_{cr} \tag{1}$$

また、図1(b)では、トーラス座標系として XT 、 YT および ZT の各軸方向成分を設定しており、ここで $XT - YT$ 平面はトーラスの小円が半円となるように形状を上下半分に切断する面である。

次に、図2に示すような工具進行方向にのみ傾きをもつラジラスエンドミルによる平面加工を対象とし、そのときの工具経路間隔について考える。いま、隣り合う工具経路の片側の加工状態のみに注目して、工具先端形状の特徴をトーラスとして表現すれば、図3に示すような目的形状に接する傾斜したトーラスの問題として論ずることができる。また、図3ではグローバル座標系を設定しており、 X 、 Y および Z 軸の各成分は $(1, 0, 0)$ 、 $(0, 1, 0)$ および $(0, 0, 1)$ である。これ以降、座標系や工具姿勢の考え方は既報¹⁰⁾に準拠し、工具進行方向への傾斜角は ρ とする。なお、工具進行方向は X 軸方向と一致しており、 YT 軸を中心とした回転によって工具が傾斜している状態を考えている。ただし、 $YT = Y$ である。さらに、目的形状

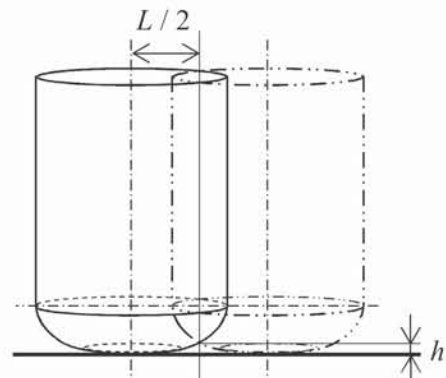


図2 傾斜したラジラスエンドミルによる平面加工

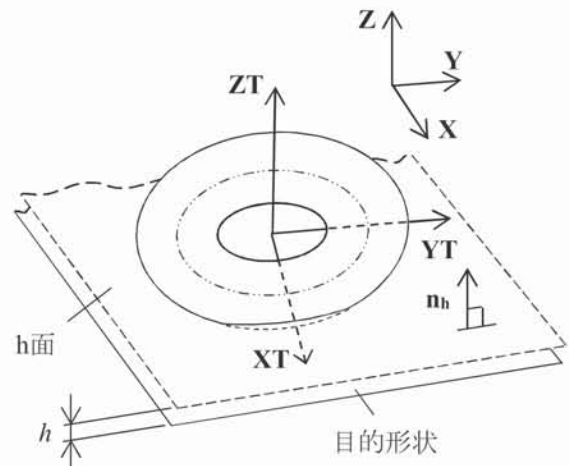


図3 目的形状に接する傾斜したトーラス

からスカロップ高さ h が一定の距離にある面を h 面として定義し、その面法線を \mathbf{n}_h とする。また、本報では工具経路間隔として便宜的に $L/2$ に注目する。

このとき、各トーラス断面はその位置に応じて h 面に対する傾斜が異なり、図4に示すように、その傾斜は3次元的に変化していく。このように、トーラス大円上の任意の点を中心としたトーラス断面について考えていくと、図5のようにトーラス断面は h 面と点接触するまで、 h 面との交線をもつ（面同士が交差し、目的形状と h 面との間に一部分が含まれる）ことになる。つまり、トーラス断面が h 面と点接触するとき、スカロップ高さ h がねらいの値となるため、今求めているラジラスエンドミル加工の工具経路間隔はその切れ刃位置から与えられることができる。

ここで、図5における \mathbf{P}_a はトーラス断面が目的形状と点接触するときのトーラス大円上の位置ベクトルであり、 \mathbf{t}_a は \mathbf{P}_a におけるトーラス大円の接ベクトルである。また、 \mathbf{P}_c および \mathbf{t}_c はトーラス大円上の任意の点を \mathbf{P}_c とすれば、そ

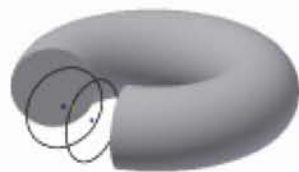


図4 トーラス断面の変化

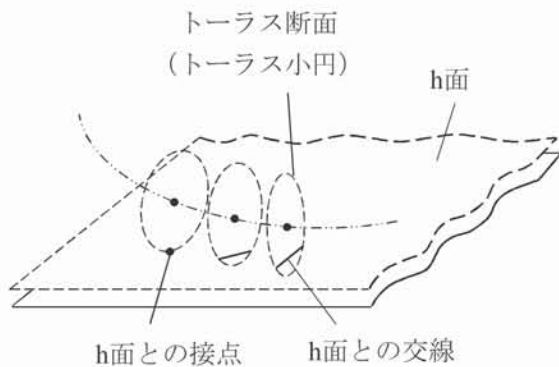
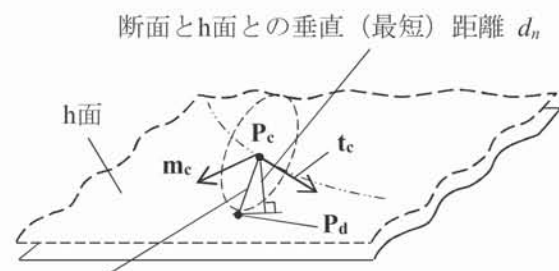


図5 トーラス断面と h 面との交線および接点



断面の傾斜に沿った h 面との距離 d_c

図6 トーラス断面の傾斜に沿った h 面との距離

の点における各計算の際に基準となるものである。

続いて、図6のようなトーラス大円上の任意の点 \mathbf{P}_c と h 面との距離：

$$d_c = |\mathbf{P}_c - \mathbf{P}_d| \tag{2}$$

に注目する。図6において、 \mathbf{t}_c は \mathbf{P}_c におけるトーラス大円の接ベクトルであり、また $\mathbf{m}_c = \mathbf{t}_c \times \mathbf{n}_h$ である。さらに、 d_c はトーラス断面の傾斜に沿って定義したベクトルが h 面と接する点を \mathbf{P}_d としたとき、その点から \mathbf{P}_c までの距離である。なお、この距離 d_c は図中の点 \mathbf{P}_c から h 面までの垂直（最短）距離 d_n とは異なる。

ここで、便宜的に ψ を ZT 軸を中心として XT 軸から右回りを正とする回転角、つまり $\psi = -\gamma_b$ と定義すれば、トーラス大円上の各点における d_c は、以下の計算手順から求めることができる。

1. ZT 軸回りに \mathbf{P}_a および \mathbf{t}_a を角度 ψ 回転させたベクトルをそれぞれ \mathbf{P}_c および \mathbf{t}_c とし、それらを計算する。

2. 次式によって \mathbf{t}_c の h 面に対する余弦 η を求める。

$$\eta = \mathbf{t}_c \cdot \{(\mathbf{n}_h \times \mathbf{t}_c) \times \mathbf{n}_h\} \tag{3}$$

3. 次式によって点 \mathbf{P}_c から \mathbf{P}_d までの移動量、つまり点 \mathbf{P}_c から \mathbf{P}_d までの距離を求める。

$$d_c = \frac{(R_\sigma - h + R_b \sin \rho - R_b \cos \psi \sin \rho)}{\eta} \tag{4}$$

上記に示した計算手順で求めた d_c が R_σ と等しくなるところが、ねらいのスカロップ高さ h に対して工具経路間隔 $L/2$ が最大となる位置であり、また幾何学形状を用いて言い換えれば、図6に示すようにトーラス輪環面と h 面が点接触する位置である。つまり、その位置がわかれば、工具経路間隔をラジラスエンドミル加工の状態に応じて適切に推定することができる。さらに、その推定値を用いることで、生産効率の高い工具経路の生成が可能となる。なお、計算手順において、ベクトル間の \times 記号はベクトルの外積を表している。

3. 工具経路間隔の計算アルゴリズム

上述したラジラスエンドミル加工状態の3次元幾何学的検討から得られた d_c の計算手順を基にして、本研究では工具経路間隔 $L/2$ を求める方法として、以下のような計算アルゴリズムを提案する。

```

Algorithm: Path interval determination
Input:   $R, R_{cr}, \rho, h$ 
Output:  $L/2$ 

1: Set  $X, Y, Z, TX, TY, TZ, \mathbf{n}_h, \mathbf{P}_a, \mathbf{t}_a$ 
2: Calculate the initial value of  $\psi$ 
3:  $\psi_1 \leftarrow \psi$ 
4: do
5:   Calculate  $\mathbf{P}_{e1}$  and  $\mathbf{t}_{e1}$ 
6:   Calculate  $\eta$  using Eq. (6)
7:   Calculate  $d_{e1}$  using Eq. (7)
8:    $\mathbf{P}_{e2} \leftarrow \mathbf{P}_{e1}, d_{e2} \leftarrow d_{e1},$  and  $\psi_2 \leftarrow \psi_1$ 
9:    $\psi_1 \leftarrow \psi_1 + 1$ 
10: while  $d_c < R_{cr}$ 
11: Calculate  $d_{ratio}$  using Eq. (8) with  $d_{e1}$  and  $d_{e2}$ 
12: Calculate  $\psi$  using Eq. (9) with  $\psi_1$  and  $\psi_2$ 
13: Calculate  $\mathbf{P}_e$  and  $\mathbf{t}_e$ 
14:  $\mathbf{m}_c \leftarrow \mathbf{t}_c \times \mathbf{n}_h$ 
15:  $\mathbf{u}_c \leftarrow \mathbf{t}_c \times \mathbf{m}_c$ 
16:  $\mathbf{P}_d \leftarrow \mathbf{P}_e + R_{cr} \mathbf{u}_c$ 
17:  $L/2 \leftarrow$  Y-axis component of  $\mathbf{P}_d$ 
    
```

図7 計算アルゴリズムの疑似コード

- $R_b \sin \rho - R_b \cos \psi \sin \rho = 0.5h$ となるように、 ψ の初期値を与える。
- ψ を1 deg.ずつ増加させ、 $d_c > R_{cr}$ となるトーラス大円上の点 \mathbf{P}_{e1} を探す。
- \mathbf{P}_{e1} の直前の点を \mathbf{P}_{e2} と置き、それぞれの点においてトーラス断面の傾斜に沿った距離 d_{e1} および d_{e2} を計算する。
- 次式によって d_{ratio} を求める。

$$d_{ratio} = \frac{R_{cr} - d_{e2}}{d_{e1} - d_{e2}} \quad (5)$$
- それぞれの点に対応する角度 ψ_1 および ψ_2 を用いて、次式により ψ を求める。

$$\psi = \psi_2 + d_{ratio}(\psi_1 - \psi_2) \quad (6)$$
- 得られた ψ を用いてZT軸回りに \mathbf{P}_a および \mathbf{t}_a を回転させ、 \mathbf{P}_e および \mathbf{t}_e を計算する。

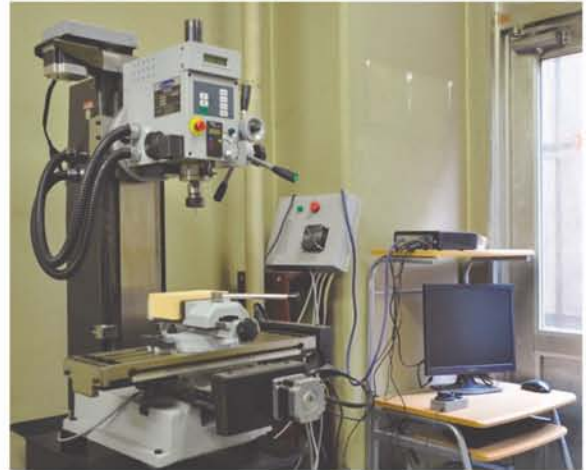


図8 実験装置 (PSF550-CNC) の概観

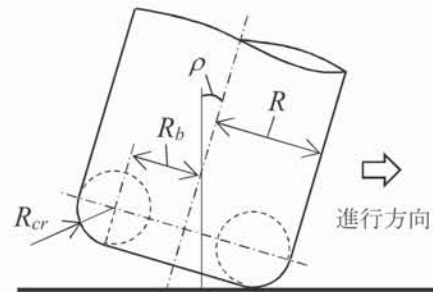


図9 ラジラスエンドミル加工 (傾斜角 ρ) の概念図

- $\mathbf{m}_c = \mathbf{t}_c \times \mathbf{n}_h$ を計算する (外積の計算)。
- \mathbf{m}_c を回転軸として、 \mathbf{t}_c を角度 -0.5π ($-\pi/2$)だけ回転させ、そのベクトルを \mathbf{u}_c とする。
- \mathbf{P}_e を \mathbf{u}_c 方向に大きさ R_{cr} で移動させ、その点を \mathbf{P}_d とすれば、その点でのY座標値が工具経路間隔 $L/2$ となる。

上記の工具経路間隔の計算アルゴリズムを疑似コードで表記したものを図7に示す。なお、図7からもわかるように、この計算アルゴリズムは必要な初期値を入力すれば、発散することなく、必ず解を得ることができる。

4. 実験方法および試料の測定

実験では、図8に示すようなNCフライス盤 (PSF550-CNC) を用いた。このNCフライス盤では、 $-30 \sim 90 \text{ deg.}$ の範囲で主軸を傾斜させることが可能である。そこで、図9に示すように主軸が工具進行方向の傾きのみをもつように実験条件を設定することとした。

実験条件を表1に示す。被削材には三洋化成工業製の

表 1 実験条件

工具半径 [mm]	4		6	
回転数 [min^{-1}]	1400		1200	
送り速度 [$\text{mm}/\text{min}^{-1}$]	160		160	
切り込み深さ [mm]	4.5		4.5	
工具傾斜角 [deg.]	5	10	5	10

表 2 工具経路間隔とスカロップ高さの設定値 ($R = 4 \text{ mm}$)

ρ [deg.]	5		10	
h [mm]	0.05	0.10	0.05	0.10
$L/2$ [mm]	1.447	1.847	1.111	1.496

表 3 工具経路間隔とスカロップ高さの設定値 ($R = 6 \text{ mm}$)

ρ [deg.]	5		10	
h [mm]	0.05	0.10	0.05	0.10
$L/2$ [mm]	2.102	2.848	1.549	2.145

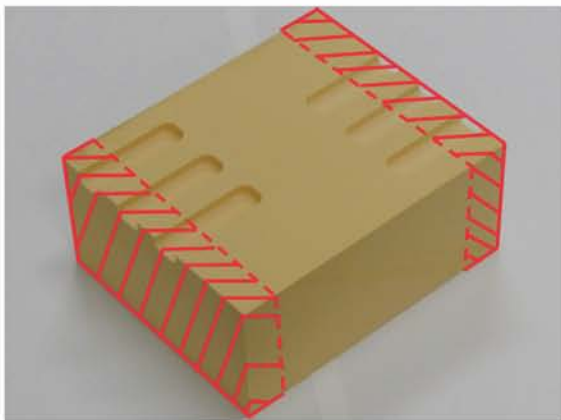


図 10 実験後の被削材と切り出し箇所

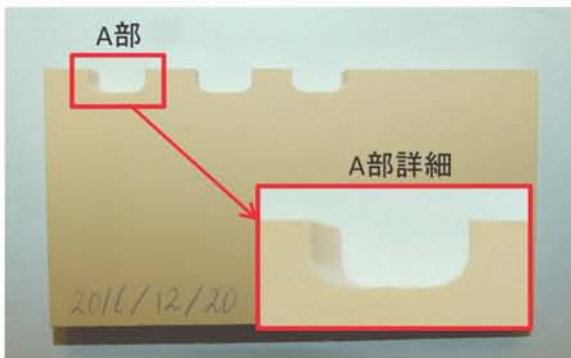


図 11 切り出し後の測定用試料の一例

サンジュールMH-Eを用いた。工具には、工具半径 $R = 4 \text{ mm}$ のものとして、フクダ精工製ラジラスエンドミル (HSSCo8 $8 \times 2R \times 20 \times 75 \times 8$, 2 枚刃), 工具半径 $R = 6 \text{ mm}$ のものとして、ミスミ製ラジラスエンドミル (TSC-CR-EM2R12-R2, 2 枚刃) をそれぞれ用いた。各実験にお

いては、まず工具経路間隔計算アルゴリズムを用いて、ねらいのスカロップ高さ $h = 0.05 \text{ mm}$ および $h = 0.10 \text{ mm}$ を実現する工具経路間隔 $L/2$ を計算し、隣り合う工具経路間隔が求めた値となるように設定した。得られた工具経路間隔の値を表 2 および表 3 に示す。また、工具経路は実験条件ごとに準備した。工具および被削材をNCフライス盤に取り付け、主軸を必要な角度 $\rho = 5 \text{ deg.}$ および $\rho = 10 \text{ deg.}$ だけ傾斜させることで、工具傾斜角を実験条件の値となるように位置決めし、回転数、送り速度および切り込み深さは予備実験を行い、適宜調整してから各実験を実施した。

実験後の被削材から、図 10 の点線部を切断し、測定用試料 (ハッチング部) として切り出した。作製した測定用試料の一例 ($R = 4 \text{ mm}$, $\rho = 10 \text{ deg.}$ のもの) を図 11 に示す。各試料を光学顕微鏡 (ミツトヨ製TM-505) の試料台に取り付け、工具経路間の削り残し部 (図 11 におけるA部詳細) を観察し、スカロップ高さの測定を行った。各スカロップ高さの測定は 3 回ずつ実施し、その平均値を実験値とした。一方で、理論値は工具経路間隔を導出する際に設定したねらいのスカロップ高さであり、その値と実験値を比較し、工具経路間隔計算アルゴリズムの実用性について検討した。

5. 実験結果と考察

図 12 および図 13 に、それぞれ $R = 4 \text{ mm}$ および $R = 6 \text{ mm}$ のラジラスエンドミル加工の実験値と理論値のスカロップ高さの比較を示す。それぞれの図からわかるように、ねらいのスカロップ高さ (理論値) に対して、かなり良く一致した実験結果が得られている。これらの結果から、工具経路間隔計算アルゴリズムが工具半径や傾斜角によらず、適切なピックフィード幅を与えていたことがわかり、3 次元的な交差問題に対して幾何学的モデリングおよびアルゴリズムの構築が的確に行われていたことが確認できた。また、各々の加工条件下で顕著な差異が表れていないことから、提案した計算アルゴリズムの利用が特定の加工条件下に限定されてしまうこともないようである。

表 4 および表 5 に各実験における絶対誤差を数値的に示す。ここで、各表で用いられている変数 h_e は、実験後に測定したスカロップ高さの平均値を表している。それぞれの表から、実験における誤差は数値的に見ても小さく、良好な工具経路間隔の推定が出来ていたことが認められる。

一方で、それぞれの表中の絶対誤差の傾向を比較する

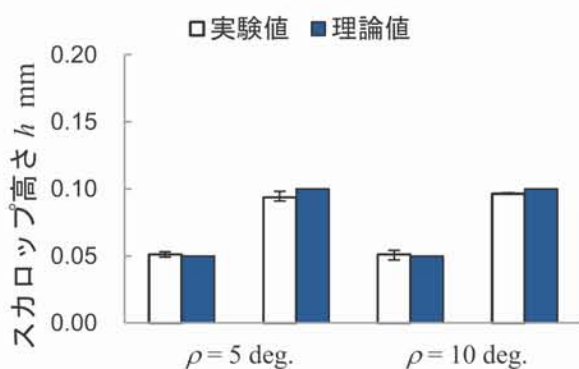


図 12 実験値と理論値の比較 (R = 4 mm)

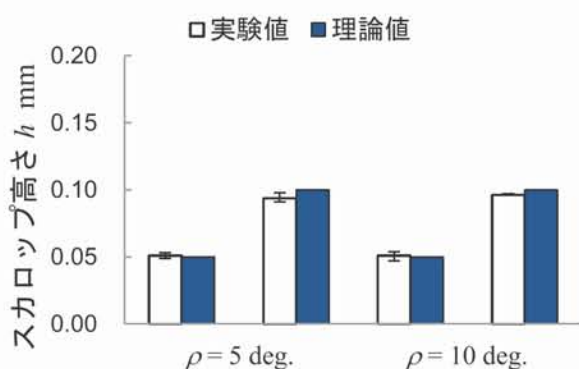


図 13 実験値と理論値の比較 (R = 6 mm)

表 4 各実験における絶対誤差 (R = 4 mm)

ρ [deg.]	5		10	
h [mm]	0.05	0.10	0.05	0.10
$ h_e - h $ [mm]	0.001	0.006	0.001	0.004

表 5 各実験における絶対誤差 (R = 6 mm)

ρ [deg.]	5		10	
h [mm]	0.05	0.10	0.05	0.10
$ h_e - h $ [mm]	0.002	0.002	0.000	0.002

と、 $R = 6$ mmのラジラスエンドミルを用いたときの実験結果(表5)に比べて、 $R = 4$ mmのラジラスエンドミルを利用し、 $h = 0.10$ mmの条件のときの実験結果(表4)は、いずれの傾斜角でも絶対誤差がやや大きく表れていることがわかる。これは、エンドミルが小径になるにつれて、取り付けや工具姿勢の調整などにより生じる誤差が、実験時の切削挙動に及ぼす影響が次第に顕在化してくるためだと考えられる。また、実験結果からその影響はエンドミルが小径で、工具経路間隔が広い条件のときに顕著に表れているようである。なお、スクエアエンドミルにおける実験でも、エンドミルが小径になるにつれて、誤差がやや大きくなることが報告されている⁵⁾。

6. まとめ

本報では、前報において提案したラジラスエンドミル加工の工具経路間隔計算アルゴリズムの実用性について検証するために、主軸の角度調整が可能なNCフライス盤を用いて、工具進行方向にのみ傾きをもつような実験条件下で、いくつかの切削実験を行った。また、実験後の被削材から測定用試料を切り出し、光学顕微鏡を用いてその試料を観察することでスカロップ高さの実験値を求め、理論値と比較した。その結果、提案した計算アルゴリズムから得られた工具経路間隔を用いた実験後に、試料を測定することで求めたスカロップ高さの測定値は、実験誤差を考慮したとしても、ねらいのスカロップ高さと比較したときの差異が僅少であることがわかった。このことから、提案した計算アルゴリズムの実用性は高く、数値的に十分な精度で工具経路間隔を計算可能であると考えられる。

7. 謝辞

本研究の一部は公益財団法人大澤科学技術振興財団による助成を受けて遂行されたことをここに記して、深甚なる謝意を表する。

参考文献

- 1) A. Lasemi, D. Xue and P. Gu: Recent development in CNC machining of freeform surfaces: A state-of-the-art review, Computer-Aided Design, Vol.42 (2010), pp.641.
- 2) R.J. Crippsa, B. Crossa, M. Huntb, and G. Mullineuxb: Singularities in five-axis machining: Cause, effect and avoidance, Int. J. Mach. Tools Manuf., Vol.116 (2017), pp.40.
- 3) Y. Huang and J.H. Oliver: Non-Constant Parameter NC Tool Path Generation of Sculptured Surfaces, Int. J. Adv. Manuf. Technol., Vol.9 (1994), pp.281.
- 4) T. Sekine and T. Obikawa: Normal-Unit-Vector-Based Tool Path Generation Using a Modified Local Interpolation for Ball-End Milling, J. Adv. Mech. Des. Sys. Manuf., Vol.4, No.7 (2010), pp.1246.
- 5) T. Obikawa and T. Sekine: A Higher-Order Formula of Path Interval for Tool-Path Generation, Int. J. Automation Technol., Vol.5 (2011), pp.663.

- 6) G.W. Vickers and K.W. Quan: Ball-Mills Versus End-Mills for Curved Surface Machining, *Trans. ASME, J. Eng. Industry*, Vol.111 (1989), pp.22.
- 7) R. Sarma: Flat-Ended Tool Swept Sections for Five-Axis NC Machining of Sculptured Surfaces, *Trans. ASME, J. Manuf. Sci. Eng.*, Vol.122 (2000), pp.158.
- 8) T. Sekine and T. Obikawa: Novel path interval formulas in 5-axis flat end milling, *Applied Mathematical Modelling*, Vol.39 (2015), pp.3459.
- 9) T. Sekine and T. Obikawa: Derivation of path interval formula in 5-axis flat end milling (1st report : Geometric formulation of the path interval), *J. Jpn. Soc. Abras. Technol.*, Vol.57 (2013), pp.729 (in Japanese).
- 10) T. Sekine and T. Obikawa: Derivation of path interval formula in 5-axis flat end milling (2nd report : Numerical consideration of the path interval formula), *J. Jpn. Soc. Abras. Technol.*, Vol.58 (2014), pp.36 (in Japanese).
- 11) T. Sekine, H. Kusama, and O.A. Hassan: Experimental verification of a path interval formula in flat end milling : In the case of considering a tool inclination angle along a feed direction, *J. Jpn. Soc. Abras. Technol.*, Vol.60 (2016), pp.204. (in Japanese).
- 12) S. Bedi, F. Ismail, M.J. Mahjoob, Y. Chen: Toroidal versus ball nose and flat bottom end mills, *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, Vol.13 (1997), pp.326.
- 13) J.M. Redonnet, S. Djebali, S. Segonds, J. Senatore and W. Rubio: Study of the effective cutter radius for end milling of free-form surfaces using a torus milling cutter, *Computer-Aided Design*, Vol.45 (2013), pp.951.
- 14) T. Sekine, T. Obikawa and M. Hoshino: Establishing a Novel Model for 5-Axis Milling with a filleted end mill, *Journal of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing*, Vol.6, No.2 (2012), pp.296.
- 15) T. Sekine: A consideration of path interval formula in multi-axis filleted end milling, *J. Jpn. Soc. Abras. Technol.*, Vol.59 (2015), pp.86 (in Japanese).
- 16) T. Sekine: A 3D geometrical consideration of path interval in filleted end milling, *J. Jpn. Soc. Abras. Technol.*, Vol.60 (2016), pp.515 (in Japanese).